

Alle Spiele und **Ball-im-Tor-Effekt-Aufgaben**  
des DVD-Vortrages:

# gehirn-gerechtes Rechen-Training

November 1997 an der T.U. in München

Anlässlich **DVD-Ausgabe** des nun  
neun Jahre alten Vortrags setzen wir die  
**Broschüre**, die damals der VHS-Version  
beigelegt hatte, in die **TEXT-Schublade**  
auf ([www.birkenbihl.de](http://www.birkenbihl.de)).

Bitte **Warnung** (s. 5) beachten, erst  
**NACH** d **SEHEN** **DVD** (mit Schreib-  
zeug für die Experimente **diesem e-book** zu  
blättern **sonst berauben Sie sich einig-  
er spannender Aha.s!**

Das wäre doch schade, oder??



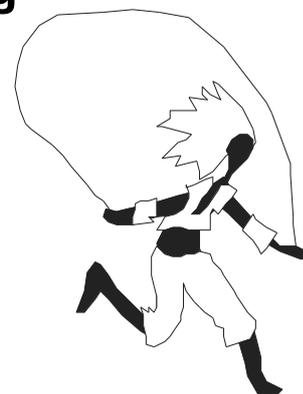
von und mit  
**Vera F. Birkenbihl**

## Achtung:

**Dieses kostenlose e-b** **ist doppelseitig angelegt,**  
**also ausdrucken u** **DOPPELSEI'** **betrachten bitte...**

# Ball-im-Tor-Spiele (zum regulärem) Rechen-Training

<u>Stichwort</u> (chronologische Reihenfolge)	<u>Broschüren-Seite</u>	<u>Zeit-Code</u>
<b>NUMBO</b> (mit Zahlen spielen!)	4	<b>0:19:33</b>
<b>Glücks-Spiel</b> (Rechen-Bingo)	5	<b>0:28:06</b>
<b>Fibonacci-Zahlenreihe</b> (Additions-Spiel)	6	<b>0:33:00</b>
<b>BA+SCHA=HO</b> für flotte (Kopf-)Rechner	7	<b>0:53:53</b>
<b>Indische (= vedische) Multiplikation</b>	9	<b>1:01:05</b>
<b>Abessinische Multiplikation</b> (Addi Clever)	10	<b>1:05:30</b>
<b>Arabische Multiplikation</b> (mit Raster!)	12	<b>1:12:50</b>
<b>Additions-Spiel</b> (von Ziffern zu großen Zahlen)	15	<b>1:19:31</b>
<b>Addieren UND Multiplizieren</b> (Kombination)	17	<b>1:22:09</b>
<b>Perlenkette</b> (Vier Ziffern, „magisch“ aufgereiht)	18	<b>1:24:50</b>
<b>MMD</b> (Schwerpunkt Multiplikation)	20	<b>1:29:25</b>
<b>MDD</b> (Parallel-Trick:Schwerpunkt Division)	21	nicht im Vortrag!
<b>Division <u>MIT</u> Rest</b> (absolut verblüffend) Achtung: Durch das Beispiel im Vortrag kam das <b>Ende</b> des Tricks nicht ganz klar heraus, vgl. Broschüre!	22	<b>1:31:12</b>
Literatur-Verzeichnis	24	-----



## Inhalt SPIELE für das Training

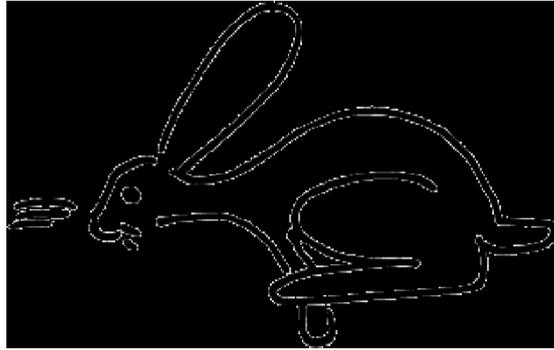


## Inhalt: etwas Hintergrund

### Einige weitere Schlüsselgedanken aus dem Vortrag

<u>Stichwort</u> (alphabetisch sortiert)	<u>Zeit-Code</u>
<b>Addi Clever</b> (exponentielle Kurve)	<b>0:44:00</b>
<b>Auf-MERK-samkeit</b> (vs. Kon-ZENTR-ation)	<b>0:26:30</b>
<b>Ball-im-Tor-Effekt</b> (so wird es gehirn-gerecht)	<b>0:32:00</b>
<b>Der Körbchenflechter</b> (reine Arithmetik reicht eben nicht)	<b>0:49:38</b>
<b>Lernen und Lern-KURVEN</b> (lernen, das <b>Plateau</b> zu lieben!)	<b>0:38:19</b>
<b>Lernkultur</b> (Schwerpunkt vom Lehren aufs Lernen verlagern)	<b>0:14:50</b>
<b>Mathematik als Metapher</b> (Problemlöse-Strategie im Leben)	<b>0:19:10</b>
<b>Möglichkeiten mit jedem Trick</b> (drei Varianten!)	<b>1:17:47</b>
<b>POTENZ-ial ENT-wickeln</b>	<b>0:04:40</b>
<b>QUIZ-Auflösung</b> (Die Aufgaben waren <i>vorab</i> auf der großen Tafel zu sehen, um den <i>Wartenden</i> die Zeit zu verkürzen)	<b>1:36:00</b>
<b>Wahl-Möglichkeiten</b> (jede Wahl erhöht den Wert für uns)	<b>1:09:27</b>

## Vorbemerkung



Mit diesem Video-Vortrag halten Sie **zehn Jahre Entwicklungszeit** in Händen. Ich (als Mathe-Opfer in der Schule) bin diesen **für mich wirklich schweren Weg** gegangen, weil so viele meiner Teilnehmer/innen endlich auch das leidige Problem des Rechen-Trainings gehirn-gerecht angehen wollten. Nun, **jetzt ist es soweit!** Wichtig ist jedoch:

1. Sehen Sie sich den Vortrag bitte beim **ersten** Durchgang (mit Schreibzeug) an - und spielen Sie aktiv mit. Dann erst blättern Sie in diesen Seiten, **sonst verlieren Sie alle Aha- und Überraschungs-Effekte**. Das wäre doch schade, oder?. Der **erste** Durchgang sollte "live" ablaufen - ohne Stops, Rückspulen etc. Das können Sie später tun, wenn Sie bereits wissen, **mit welchem Ball-im-Tor-Spiel Sie beginnen wollen**. Merke:

## Es gibt nur ein einziges erstes Mal!

2. Damit Sie **später** jede beliebige Stelle gezielt „anfahen“ können, gibt es einen **Zeit-Code**; dieser steht auch im Inhaltsverzeichnis dieser Broschüre. So können Sie Video und Text später gut koordinieren.

Ich wünsche Ihnen (und allen „Betroffenen“ im Familien- und Freundeskreis) viel Freude beim **Entdecken, daß ein Rechen-Training voller Erfolgs-Erlebnisse auch noch Freude machen kann!**

Vera F. Birkenbihl

Bergisch-Gladbach, Frühjahr 1998

# Numbo:

Sie erhalten eine **Zielzahl**. Sie versuchen diese zu erreichen, z.B. 87. Und Sie bekommen **Bausteine**, mit denen Sie diese Zahl (auf-)bauen. In diesem Fall sind das: 8, 3, 9, 10 und 7.



Jetzt gelten **drei Numbo-Regeln**:

1. Sie dürfen nur **Bausteine** verwenden, die vorhanden sind. Also, wenn Sie eine 3 brauchen, aber keine dabei ist, dann haben Sie Pech gehabt.
2. Sie dürfen jeden **Baustein** nur **einmal** verwenden. Wenn Sie zwei Dreien brauchen und Sie haben zwei, ist das okay. Wenn nicht, dann haben Sie eben nur eine. Es kann aber sein, daß Sie nicht alle **Bausteine** brauchen. Es **dürfen** Bausteine **übrig** bleiben. Aber die verwendeten dürfen nur einmal verwendet werden.
3. Die **Verknüpfungen**, die Ihnen erlaubt sind, sind lediglich „plus“ (+), „mal“ (x) und „minus“ (-). Also **keine** Teilung.

In unserem Beispiel:

8 mal 10 plus 7.

Oder: 9 mal 10 minus 3.

Der Autor von **NUMBO** ist der amerikanische Mathematiker Daniel Dafays (vgl. im Literatur-Verz. unter Hofstadter: „Die Fargonauten“, Seite 155ff); das ist übrigens ein faszinierendes Buch...

# Das Glücks-Spiel (= Rechen-BINGO)

1. Denken Sie sich eine Geheimzahl aus, jeder eine andere. Aber nehmen Sie eine **gerade** Zahl. Eine geheime gerade Zahl.

GZ heißt Geheimzahl. Wenn Sie gut rechnen können, dürfen Sie eine lange Zahl nehmen. Das entscheiden Sie.

2. Addieren Sie „plus 18“.

3. Verdoppeln Sie

Wenn Sie gerne **addieren**, addieren Sie die Zahl zu sich selbst. Wenn Sie hingegen lieber **multiplizieren**, dann können Sie auch „mal 2“ sagen. Sie sehen, das sind wieder zwei verschiedene Wege!

Jetzt kommt eine Teilung, aber ich verspreche Ihnen, ohne Rest.

4. Teilen Sie durch 4.

5. Jetzt ziehen Sie **die halbe Ge-**

**heimzahl** ab. Darum sollten Sie mit einer **geraden** Zahl beginnen, damit Ihnen das Abziehen der halben Geheimzahl jetzt leichter fällt.

Wir spielen hier eine Art von **Zahlenlotto**, bei dem die Mitspieler/innen Ihre **Los-Nummer selbst errechnen**.

## Die Glücks-Nummer...

... ist immer die zweite Hälfte der in Schritt 2 hinzugezählten Zahl, in unserem Beispiel die halbe 18 (also 9). Natürlich können Sie im zweiten Schritt auch eine Riesenzahl addieren lassen, dann kommt am Ende eine dementsprechend lange **Glücks-Nummer** heraus; dann ist der **Überraschungs-Effekt** noch weitaus größer!

GZ

+18

verdoppeln

:4

-  $\frac{1}{2}$  GZ



# Fibonacci-Zahlenreihe

Bereiten Sie zehn Zeilen vor. Dann erstellen wir eine Fibonacci-Reihe nach einer Spielregel ähnlich wie bei dem Spiel vorhin. Wir fangen ganz einfach an mit:  $1 + 1$ . Ab jetzt, ab Zeile Drei, werden Sie jeweils die Zahlen der letzten beiden Zahlen zusammenzählen.

Zeile 1: **1**

Zeile 2: **1**

---

Zeile 3: **1 + 1 = 2**

Zeile 4: **1 + 2 = 3**

Zeile 5: **2 + 3 = 5**

Zeile 6: **3 + 5 = 8**

Zeile 7: **5 + 8 = 13**

Nehmen Sie die siebte Zahl mal 11! Ich darf darauf hinweisen, wenn Sie das als **Additionstraining** machen: eine Zahl mal 11 nehmen heißt lediglich, sie zweimal (versetzt) hinzuschreiben. Also ist **auch das** nur eine einfache Additionsaufgabe! Das kann auch ein Kind, das noch keine Ahnung hat von Multiplikation.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 143 \end{array} \times 11$$

Zeile 8: **Sie sind dran...**

Zeile 9: **Sie sind dran...**

Zeile 10: **Sie sind dran...**

Wenn Sie hier angekommen sind, dann zählen Sie bitte alle zehn zusammen. Das ist die **große Addition am Ende ...**

Wenn diese Summe identisch ist mit dem Produkt (der 7. Zeile mal 11), dann ist Ihr **Ball im Tor**.

# Liste: Ba + Scha = Ho

**Leute, die nie Probleme hatten**, haben leider oft **Null Verständnis** für die „armen Schweine“, die immer am Rande des Verstehens dahinkrebsen, weil es ihnen immer etwas zu schnell weitergeht. Das sind leider **einige Lehrer** (wenn sie nie Probleme hatten, haben sie es früher **gerne** gemacht und wurden **deswegen** Lehrer. Aber auch viele **Papisoder Mamis** haben kein Verständnis für die Schwierigkeiten ihrer Kinder. Oder so mancher Nachhilfelehrer... **Deshalb habe ich dieses Spiel entwickelt**. Probieren Sie doch einmal folgendes. Wenn Sie sich das notieren:

Die **Null** nennen wir **RI**.

Die **Eins**, die nennen wir **BA**

Die **Zwei** nennen wir **SCHA**.

Die **Drei** nennen wir **HO**.

Die **Vier** nennen wir **PE**.

Die **Fünf** nennen wir **HA**.

Die **Sechs** nennen wir **WÜ**.

Die **Sieben** nennen wir **SIE**.

Die **Acht** nennen wir **JA**.

Die **Neun** nennen wir **KA**.

\* Die **Zehn** (im Sinne der Zahlen von Null bis zehn, nennen wir **GE**, im Gegensatz zu zehn, zwanzig dreißig usw. Hier nennen wir sie RI (so ergibt z.B. **HA-RI** (5-10) eine 50.

Die **Zehn\*** nennen wir **BA-RI**

Die **Zwanzig** nennen wir **SCHA-RI**.

Die **Dreißig** nennen wir **HO-RI**.

Die **Vierzig** nennen wir **PE-RI**.

usw.

**Hundert = HUN**

**Tausend = TAU**

**Million = MIL**

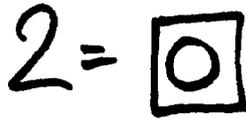
Wenn Sie mit diesen **Geheim-Codewörtern** operieren und damit ein bißchen **Kopf-**

rechnen u.ä. üben, dann erleben Sie ganz bewußt, **wie das für jemanden ist, der/die es (noch) nicht kann**. Und wenn Sie mit Kindern zu tun haben, seien es Ihre eigenen oder andere, denen Sie irgendwie helfen wollen, dann tun Sie sich das einmal an, **eine Stunde durchzuhalten** (wenn Sie diese Kinder lieben). **Sie werden nie wieder vergessen, wie das ist**. Und Sie werden die hilfeschendenden Blicke in Zukunft viel besser interpretieren.

Die Verbindungen, z.B. **dreißig-sieben (für 37)** oder **zwanzig-eins (für 21)** ergeben zusammengesetzte Zahlen, vgl. alle romanischen Sprachen, arabisch, wie auch **Englisch**. Zum Beispiel heißt 37: thirty-seven (= dreißig-sieben).

So läßt sich sogar das kleine (oder große) **1x1** mit diesen Geheimwörtern aufsagen; das macht auch weit mehr Spaß, als „normal“...

## Auflösung der „Geheim-Wörter“ für Ziffern (0 bis 9) und Zahl 10



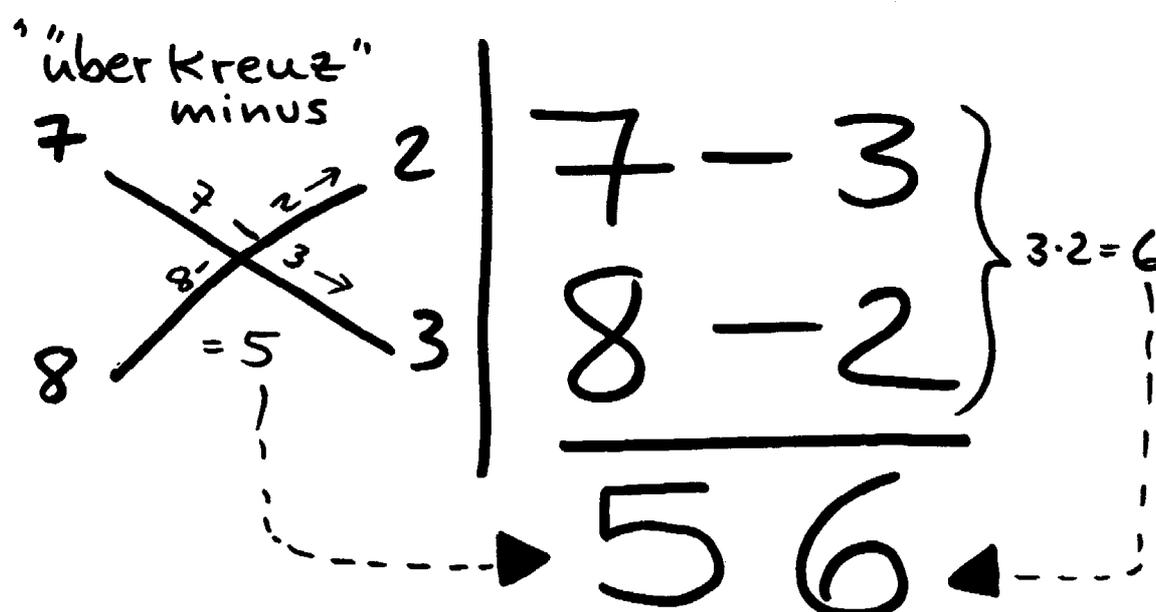
1. (BA) Eins steht für **Baum**. Die Eins ist eine längliche Zahl. Nehmen wir einen Baum als Assoziation.
2. (SCHA) Die Zwei ist ein **Schalter**, der nur An oder Aus hat. Deswegen ist Scha die Zwei.
3. (HO) Die Drei ist ein **Hocker** mit drei Beinen.
4. (PE) Die Vier ist ein **PKW**.
5. (HA) **Hand**, weil die fünf Finger hat.
6. (WÜ) **Würfel**, weil die wichtigste Zahl oft die Sechs ist.
7. (SIE) Sie sind die **sieben** Zwerge.
8. (JA) Acht ist ein **Jahrmarkt**, weil der immer eine Achterbahn hat.
9. (KA) Neun ist eine **Katze**, weil die angeblich neun Leben hat.
10. (GE) Und Zehn sind die zehn **Gebote** (Null bis zehn), **oder** (RI) ein **Ring** (für **Zahlen-Kombinationen** wie 30, 40, usw.)

Diese Zahlen-Bilder sind dem Bestseller-Kassettenkurs „**MEGA-MEMORY**“ von Gregor Staub entnommen. Mit dieser Liste kann man sich eine Menge Dinge merken und sie ist nur ein kleiner Anfang (vgl. Stichwort P.E.G. in meinem Buch „**Stroh im Kopf?**“ (32. Aufl)); dort finden Sie **eine weitere Gedächtnis-Liste...** (Beide Werke sind natürlich erhältlich bei birkenbihl-media.)

## Etwas vedische (= indische) Mathematik

Zum Beispiel **7 mal 8**. (gut für die „oberen“ Ergebnisse des KLEINEN 1x1!)

Diese Zahlen liegen knapp unter 10. Deshalb ergänzen wir auf 10. Diese Ziffern malgenommen ergeben den **rechten** Teil der Lösung. Und dann brauchen Sie lediglich im Kreuz abzuziehen. Ein „Kreuzbalken“ ist 7 minus 2 = 5. Sie können die „Probe“ machen, denn der **andere** „Balken“ des Kreuzes wird immer dasselbe Resultat haben: **8 minus 3 = 5**. Rechts rechnen wir **3 mal 2 = 6**, und die 5 (vom Kreuz) haben wir schon; also ist die Lösung **56**.



Sie können die vedische Methode natürlich ausweiten. Angenommen, Sie wollen **96 mal 97** rechnen. Jetzt wird es interessant. Wir ergänzen auf die nächsthöhere Zehner-Zahl (also auf **100**). Die 100 hat **zwei** Nullen, d.h., deshalb erhalten wir jetzt jeweils **zwei** Stellen im **rechten** und im **linken** Teil der Lösung.

Das **Kreuz**: 96 minus 3 = 93 (oder: 97 minus 4 = 3).

**Rechts** multiplizieren: 3 mal 4 = 12...

Man könnte natürlich genauso **999 mal 998** rechnen (und auf 1000 ergänzen). Dann erhalten wir im rechten wie im linken Teil der Lösung jeweils **drei** Stellen. Das Kreuz: 999 - 2 (bzw. 998 - 1) und rechts: 001 x 002 = 002.

# Addi Clever multipliziert abessinisch...

(Bitte erinnern Sie sich an die Story im Vortrag!)

„Tja“, sagt Addi, „das mache ich alles mit **Zwei**. Zwei kann ich! Hier (linke Spalte) mache ich immer die Hälfte, also geteilt **durch Zwei**. Und hier drüben (rechte Spalte) mache ich immer **mal Zwei**. Das kann ich nämlich sehr gut.“

Er rechnet links die 216 aus. Und dann die **108**... Die nächste Zahl ist **54**.

Und dann **27**... Jetzt sagt er allerdings **13,5**. Daraufder Onkel: „Moment, das ist **13,5**. Das ist eine **Dezimalzahl!**“ Addi Clever: „Dezimal haben wir noch nicht gehabt. Das ist **13!**“

$$\begin{array}{r} 432 \text{ mal } 516 \\ 216 \\ 108 \\ 54 \\ 27^* \\ 13^* \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array}$$

\* Achtung (vgl. Text)

D.h., bei ungeraden Zahlen „halbieren“ wir, indem wir vor dem Halbieren der ungeraden Zahl eine 1 „fallenlassen“, so wird aus 27 die 26 (halbiert: 13) und aus 13 (minus 1 = 12) wird 6...

Addi schreibt nun untereinander: 6, 3, 1. Er geht also „runter“ bis zur 1.

**HINWEIS zur Schreibweise:** Durch das Wort „mal“ (432 mal 516 statt 432 x 516) schaffen Sie den **Platz**, weil die Zahlen der rechten Spalte ja nach links „wachsen“ .

(Weiter **k**)

Jetzt **verdoppelt** Addi in der **rechten** Spalte alle Zahlen, das macht der Addi auch sehr gerne. Dabei kommen dann diese neuen Zahlen heraus...

432	mal	516
216		1032
108		2064
54		4128
27		8256
13		16512
6		33024
3		66048
1		132096

Aber jetzt kommt der spannende Teil. Er erklärt dem verdutzen Onkel: „**Gerade** Zahlen mag ich nicht.“ Und überall, wo in der **linken** Spalte eine **gerade** Zahl steht, streicht er die **ganze** Zeile (d.h. **inklusive** der Zahl in der **rechten** Spalte). Da sagt der Onkel: „Na, und jetzt?“ Addi: „Die Zahlen, die **jetzt übrig bleiben**, die **addiere** ich. Das kann ich ja gut.“ Und so kommt er zu dem Ergebnis...

<del>432</del>	<del>mal</del>	<del>516</del>	
<del>216</del>		<del>1032</del>	
<del>108</del>		<del>2064</del>	
<del>54</del>		<del>4128</del>	
27		8256	• +
13		16512	• +
<del>6</del>		<del>33024</del>	
3		66048	• +
1		132096	• +
222912			↙

Was Sie jetzt kennengelernt haben ist die

**Abessinische Bauernmethode der Multiplikation.**

# Arabische Multiplikation: 432 x 516

Wir beginnen (waagrecht) mit **432**. Die zweite Zahl (**516**) schreiben wir an den **linken** Rand, aber unbedingt von **unten nach oben** (sonst führen wir eine andere Multiplikation aus; Sie können das ja einmal testen...).

Wir berechnen der Reihe nach jede Zeile, jedes Kästchen (jede einzelne Zelle), zum Beispiel, Zeile 1 (waagrecht):

$$6 \text{ mal } 2 = 12$$

$$6 \text{ mal } 3 = 18$$

$$6 \text{ mal } 4 = 24.$$

	4	3	2
6	2	1	1
1			
5			

Genauso multiplizieren wir die nächsten beiden Zeilen:

$$1 \text{ mal } 2 = 2$$

$$1 \text{ mal } 3 = 3$$

$$1 \text{ mal } 4 = 4$$

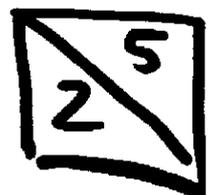
$$5 \text{ mal } 2 = 10$$

$$5 \text{ mal } 3 = 15$$

$$5 \text{ mal } 4 = 20.$$

	4	3	2
6	2	1	1
1	4	3	2
5	2	1	1

Sie können bei dieser Technik erstens **jederzeit unterbrechen**, weil Sie lauter kleine Abschnitte haben. Sie können zweitens hinterher jede **einzelne Teil-Multiplikation genau nachvollziehen**, weil Sie ja nichts merken und verstecken, sondern weil das Produkt jeder Teil-Rechnung komplett in ihrem Kästchen steht.



**Nur beim Addieren** der (schrägen) Zeilen **am Ende** müssen wir die Zehner „merken“, wie bei jeder Addition.

(Weiter **k**)

Wenn Sie jetzt die Lösung haben wollen, dann „lesen“ Sie die Zahlen an den **schrägen** Zeilen ab (**vgl. Video-Vortrag!**) Sie beginnen im obersten rechten halben Kästchen und addieren die **diagonalen** Reihen wie bei jeder Multiplikation (am Ende). Dabei schreiben Sie natürlich **von Rechts nach Links** – es ist ja **Arabisch**:

بالعربية

$$\begin{array}{r}
 \hline
 2 \\
 \hline
 \cdot \\
 12 \\
 \hline
 \cdot \\
 912 \\
 \hline
 \cdot \\
 2912 \\
 \hline
 \cdot \\
 22912 \\
 \hline
 222912
 \end{array}$$

Fangen Sie („hinten“) an mit der 2.

Erste (**schräge**) Zeile: 2

Zweite Zeile:  $8 + 1 = 9$ ,  $9 + 2 = 11$

(Schreibe 1, merke 1).

Dritte Zeile:  $4 + 1 = 5$ .  $5 + 3 = 8$ .

$8 +$  die 1 (gemerkte)  $= 9$ .

Vierte Zeile:  $2 + 4 = 6 + 5 = 11 +$  die (gemerkte) 1  $= 12$ . (ALso: schreibe 2, merke 1).

Fünfte Zeile:  $1 + 1$  (gemerkt)  $= 2$ .

Und diese 2 schreiben wir.

**HINWEIS:** Wenn Sie die schrägen Spalten mit Leuchtstiftmarker farbig anmalen, dann kommen die (schrägen) Zeilen optisch noch klarer heraus. So können Sie die Zahlen noch besser addieren. Oder Sie legen ein Stück Papier schräg an (wie im Vortrag gezeigt), bis Sie sich an dieses „Ablesen“ gewöhnt haben.

Wenn Sie öfter so vorgehen wollen, bereiten Sie ein paar Blätter vor, auf welche Sie nur **(leere) Raster** aufzeichnen. Fotokopieren Sie nach Bedarf, dann müssen Sie es nicht jedesmal neu zeichnen. Damit kann man sehr schön üben. Vielleicht wollen Sie **kleinere** (z.B. für dreistellige Zahlen) und **größere** Raster anfertigen? Vielleicht auch **Rechtecke** statt Quadrate (z.B. für eine zweistellige Zahl mal einer vierstelligen)? Spielen Sie ein wenig und **entdecken** Sie die Feinheiten dieser Methode in aller Ruhe..

Jetzt haben wir gesehen, wie die **Inder** es machen (zumindest bei Zahlen in Schwellennähe, also knapp unter 10, 100 usw.). Wir haben die **Abessinische** Bauern-Methode kennengelernt. Wir kennen die **Arabische Methode**. D.h.:

## Wir haben eine Wahl.

Es folgen einige Strategien, für den spielerischen Ball-im-Tor-Effekt. Bitte bedenken Sie dabei: **Bei jedem Zaubertrick haben Sie immer drei Möglichkeiten vorzugehen.**

1. Wir können einen **Zaubertrick** vorführen. Da die meisten von uns in „mathematischen Räuberhöhlen“ aufwachsen (vgl. Vortrag!), ist es leicht möglich, daß Kinder auch Erwachsene verblüffen können. Weil die meisten Erwachsenen nicht durchschauen, wie es funktioniert.
2. Wir können **autonom** trainieren. Ich kann die Geheimzahl, die der andere sich ausdenken würde, **erwürfeln** und **allein** bis zum Ende durchrechnen. Und ich weiß ja, was herauskommen muß, also kann ich bei dieser Art zu trainieren mein Selbstwertgefühl stärken (vgl. Sport-Training), denn ich habe immer den Ball-im-Tor-Effekt.
3. Wir können **Gruppenspiele** machen, auch das ist sehr interessant. Zwei oder mehr können zusammen trainieren.

**Wichtig:** dadurch, daß wir **100%ig wissen, ob der Ball im Tor ist**, können (bei Gruppenspielen) andere Mitspieler/innen niemals besser sein (im Sinne von „richtig“ oder „korrekt“), nur schneller...

# Additions-Spiel: einfaches Addieren

1. Denken Sie sich eine Geheimzahl aus! **GZ**

2. Jetzt **addieren** Sie bitte **24**. **+ 24**

3. Dann **addieren** Sie **16**. **+ 16**

4. Dann **ziehen** Sie **14** ab **- 14**

5. und zuletzt **ziehen** Sie **21** ab. **- 21**

Ergebnis

13: Die erste Geheimzahl war **8** und bei

**19** war die Geheimzahl: **14**.

(Im Vortrag bat ich die Teilnehmer/innen um Ergebnisse.) **Der TRICK: Sie brauchen natürlich nur 5 ab-**

**ziehen, dabei ergibt sich immer die Geheim-**  
**zahl.**

Warum?



Antwort: Wenn Sie zuerst in zwei Schritten **40 addieren** und dann in zwei Schritten **35 abziehen**, und wenn Sie am Ende die **fehlenden 5 noch abziehen**, dann **muß** nach Adam Riese immer die **Geheimzahl übrig bleiben!**

## Wichtiger Hinweis zum Additions-Spiel

Mit **kleinen** Kindern können Sie das Spiel noch mehr vereinfachen als in unserem Beispiel oben, indem Sie in den Schritten 2 und 3 z.B rechnen:

**plus 3, plus 7**, (also insgesamt + 10),

und in den Schritten 4 und 5:

**minus 4, minus 2**.(also insgesamt - 6).



Somit werden Sie **am Schluß** von der Lösung nur **4** abziehen müssen.

**Das ist die einfachste Variante für den „Zahlenraum“ bis 20.**

Wenn die Trainierenden größer (oder „weiter“) sind, können wir natürlich auch **gaaaanz große Zahlen** nehmen.

Dann ziehen wir vielleicht in drei oder vier Schritten dieselbe **Summe** (z.B. 879 oder 1.563) ab, die wir **zuvor** in drei oder vier Schritten addiert hatten. Wobei die Zahlen für den „Hin- und Rückweg“ natürlich jeweils andere sind, wie bei unserem Beispiel oben...



Das Prinzip ist jedenfalls so einfach, daß man sehr leicht zahllose Varianten dieser Aufgabe „stricken“ kann.

# Addieren und multiplizieren

1. Denken Sie sich ein Ziffern paar aus.  $a$  und  $b$
2. Beginnen Sie mit der ersten Ziffer.  $a$
3. Verdoppeln Sie die erste Ziffer  $\text{verdoppeln.}$
4. Addieren Sie Eins.  $+ 1$
5. Nehmen Sie das Ergebnis mal Fünf.  $\times 5$
6. Addieren Sie nun die zweite Geheim-Ziffer.  $+ b$

Im Vortrag hat ich wieder um Ergebnisse.

18...Die beiden Ziffern waren 1 und 3...

39...Die beiden Ziffern waren 3 und 4...

15...Die beiden Ziffern waren 1 und 0.

Es handelt sich um **dasselbe Prinzip** (wie beim einfachen Additions-Spiel): Ich brauche am Ende nur minus 5 zu rechnen und schon kann ich „zaubern“. Hier haben wir die erste Kombinations-Aufgabe können uns damit amüsieren.



Ganz wichtig, wenn Sie mit Kindern spielen: Zeigen Sie ihnen bitte jeweils nur **einen** Zaubertrick.

Dann trainieren die Kinder mit dem Trick erst ein wenig, ehe sie damit „auf Reisen“ gehen und alle möglichen Leute in Erstaunen versetzen. Dabei sind sie laufend „am Rechnen“ aber sie assoziieren die Rechnerei plötzlich mit **Zaubertrick, Spaß, Menschen verblüffen** usw..

Dabei bekommen sie ganz andere emotionale Erlebnisse: das Erfolgserlebnis, (auch große) Leute verblüffen zu können ist schon toll! Und erst nach einigen Tagen rücken Sie mit dem nächsten Trick heraus (sonst verpufft die Wirkung). Lassen Sie jeden Trick einzeln wirken. Übrigens motiviert es die Kinder sehr, wenn die Eltern wiederholt mitmachen, denn mit **neuen Geheimzahlen** wird ja jedesmal ein neues Spiel daraus...

# Die Perlenkette



Diesmal denken Sie sich **vier einzelne Ziffern aus** (z.B. 7, 2, 4 und 9). Das ist ein sehr eleganter Trick, weil diese vier Ziffern am Ende **wie an einer Perlenkette aufgereiht** auftauchen werden.

Wir nennen die erste Ziffer **a**, die zweite Ziffer **b**, die dritte Ziffer **c** und die vierte Ihrer Ziffern **d**. Zum Beispiel

a	b	c	d	
-	2	1	9	

Diese Aufgabe ist deswegen sehr schön, weil wir **zehn einfache Schritte** durchlaufen. D.h., **es dauert ein bißchen länger**, daher ist es ein **etwas intensiveres Training**. Aber es sind alles sehr einfache Schritte. Man lernt dabei, **eine längere Aufgabe** auszurechnen. Beginnen Sie bitte mit Ihrer ersten Ziffer **a**.

1. **Schreiben** Sie Ihre **Geheimziffer a** hin **a**

2. **Verdoppeln** Sie diese. **verdoppeln**

3. **Addieren** Sie 5 dazu. **+ 5**

4. **Nehmen** Sie mit 5 mal. **x 5**

5. **Addieren** Sie 10. **+ 10**

6. **Addieren** Sie Ihre **Ziffer b**. **+ b**

In **Schritt 7** haben wir das gleiche Prinzip wie später in **Schritt 9**. Wir können sagen: „mal 10“ (oder „Null anhängen“). Aber wenn Sie wollen, daß mehr trainiert wird, sagen Sie zuerst „mal 2“ und danach „mal 5“. Und in Schritt 9 zuerst „mal 5“, dann „mal 2“. Dann wird jeweils das Zweier- und das Fünfer-1x1 geübt.

7. **Mal** 10 (oder: Null anhängen) **x 10**

1. **Addieren** Sie Ihre **Ziffer c**. **+ c**
2. **Null** anhängen (vgl. Bemerkung vor Schritt 7). **x 10**
3. **Addieren** Sie Ihre **Ziffer d**. **+ d**

### Der Trick beim Perlenketten-Spiel:

Hier muß der Zauberer 3500 abziehen.

Dann **erscheinen** die Ziffern **wie an einer Perlenkette aufgereiht**, darum nennen wir den Trick „Perlenkette“.



**Auch dieser Trick verblüfft die meisten Erwachsenen, selbst wenn Sie sehen können, wie der Zauberer am Ende vorgeht. Es ist und bleibt rätselhaft!**

Es folgen einige Rechenspiele (Zaubertricks), deren Schwerpunkt in der

- **Multiplikation**, der
- **Division ohne Rest** und zum Schluß der
- **Division mit Rest**

liegen. Für das **Multiplizieren und Dividieren ohne Rest** biete ich Ihnen zwei super Tricks an: Beginnen wir mit **MMD**, das steht für: zweimal Mal (MM), einmal Durch (D); ergibt MMD. Ich verspreche Ihnen eine Division (Teilung) ohne Rest!

**Achtung:** *Den Parallel-Trick (MDD)* hatte ich im Vortrag weggelassen, **aber leider vergessen, darauf hinzuweisen**, daß Sie ihn in diesem Skriptum finden werden. Wenn man einen Vortrag zu seinem schlimmsten „Angstfach“ hält, dann sind Denkblockaden und Pannen quasi vorprogrammiert. Ich bin froh, daß es bei kleinen Fehlern blieb und bitte um Ihr Verständnis...

**MMD = M M D**  
 mal mal durch, beziehungsweise:  
 Multiplikation Multiplikation Division

1. **Denken** Sie sich eine Geheimzahl aus. **GZ**
2. **Nehmen** Sie diese **mal 5**. **x 5**
3. **Nehmen** Sie das Ergebnis **mal 8**. **x 8**
4. **Teilen** Sie durch die **Geheimzahl**. **: GZ**

Es bleibt garantiert kein Rest. Falls doch, dann war „der Wurm drin“.

Jetzt haben Sie als **Ergebnis 40**, egal, womit Sie angefangen haben!!



Das ist ein sehr schönes Prinzip, weil das Ergebnis immer sein wird, was Sie **in Schritt 2 und 3 „hineingegeben“ haben**, in unserem Fallbeispiel ist das:

$$5 \text{ mal } 8 = 40.$$

Also können Sie mit diesem Trick **das ganze kleine Einmaleins** sukzessive in die Aufgaben einpassen, wenn Sie allein oder mit einem Kind spielen. Sie können natürlich **auch (weit) größere Zahlen** nehmen, z.B. **das große 1x1** (oder „große“ Divisionen) trainieren. Da wir das **Ergebnis** immer vorab wissen, haben wir wieder den **Ball- im-Tor-Effekt!**

Und bei der **Teilung** (Division) haben wir (zunächst) **garantiert keinen Rest**, weil Einsteiger immer froh sind, wenn die Teilung „aufgeht“ ....

*Jetzt folgt der erwähnte, aber nicht erklärte **Parallel-Trick MDD**, bei dem wir nur einmal multiplizieren aber **zweimal dividieren** werden (ebenfalls ohne Rest).*

**MDD = M**

mal  
Multiplikation

**D**

durch  
Division

**D**

durch, beziehungsweise:  
Division

1. **Denken** Sie eine Geheimzahl aus.

**GZ**

2. **Nehmen** Sie diese **mal 24**.

**x 24**

3. **Teilen** Sie das Ergebnis **durch 3**.

**: 3**

4. **Teilen** Sie durch die **Geheimzahl**.

**: GZ**

Jetzt erhalten Sie als **Ergebnis 8**, egal, womit Sie angefangen haben!!



Das ist ein sehr schönes Prinzip, weil das Ergebnis immer sein wird, was Sie **in Schritt 2 und 3 hineingegeben haben**, hier:

**24 durch 3 = 8.**

Auch hier gibt es **unendlich viele Varianten**. Denken Sie dabei wieder an das **große 1x1** oder sogar an **gaaanz große Zahlen**.

Mit diesem Spiel kann man die **Division mit großen Zahlen** (ohne Reste!) hervorragend trainieren!

Dem **Teilen MIT Rest** wenden wir uns jetzt zu: Es folgt der letzte Trick des Vortrags, wobei hier nur eine kleine Auswahl gezeigt wurde. **Später** wird es ein **Buch** geben, mit weit mehr Tricks.

Übrigens, je **akuter** Ihr Bedürfnis nach mehr Rechen-Spielen, desto schneller wird es erscheinen. Melden Sie Ihr Interesse an...

# Zu guter Letzt: Die TEILUNG MIT REST

Jetzt kommt ein spannendes Rechenspiel, das von den Resten „lebt“. Bei den drei Divisionen, die jetzt durchgeführt werden, **gibt es in der Regel mindestens eine mit Rest (oft zwei und manchmal sogar alle drei)**, während die vierte (und letzte) Division **garantiert immer einen Rest** ergeben wird! Beginnen Sie mit einer **Geheimzahl (GZ) zwischen 1 und 59**. Diese Geheimzahl werden Sie jetzt dreimal teilen. Hier gehen wir **nicht** mit dem Ergebnis weiter, sondern wir haben drei SEPARATE Vorgänge:

1. **GZ** durch 3; den **Rest** nennen wir **a**.
2. **GZ** durch 4; den **Rest** nennen wir **b**.
3. **GZ** durch 5; den **Rest** nennen wir **c**.

Wir „zaubern“ **DIESMAL** mit den **Resten a,b,c**. erinnern Sie sich an das Beispiel eines Teilnehmers im Vortrag? Seine Reste waren: **a = Null; b = Null; c = 3**

1. Der Zauberer rechnet jetzt **40 a (40 mal a)**, das ist in unserem Fall 0.
2. Dann rechnet er **45 b (40 mal b)**, das ist in unserem Fall auch 0.
3. Nun rechnet er **36 c (40 mal c)**, in unserem Fall: **36 x 3 = 108**.
4. Jetzt addiert der Zauberer die Ergebnisse dieser drei Multiplikationen addieren
5. und diese **Summe** durch **60 teilen**. Der **Rest** ist in unserem Fallbeispiel **48**, und das war die Geheimzahl des Teilnehmers.

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 40 \cdot 0 = 0 \\ \textcircled{2} \quad 45 \cdot 0 = 0 \\ \textcircled{3} \quad 36 \cdot 3 = \underline{108} \end{array}$$

Diese drei Zahlen werden **addiert**. Leider ergaben sich bei dem Fallbeispiel (im Vortrag, vgl. Video) zwei Nullen, so daß die Addition wegfällt.

Meistens sind jedoch zwei bis drei Zahlen zu addieren!

$$\begin{array}{l} \text{Summe } 108 : 60 = 1 \\ \quad \quad \underline{60} \\ \text{Rest } \underline{\underline{48}} = \text{GZ!} \end{array}$$



**Merke: Da die Geheimzahl zwischen 1 und 59 liegen muß, wird die letzte Division (durch 60) immer einen Rest haben, nämlich die Geheimzahl, mit der begonnen wurde. Bei den ersten drei Teilungsvorgängen am Anfang handelt es sich um „normale“ Divisionen, bei denen wir vorab **nicht wissen**, ob sie „aufgehen“ werden. Bei der **letzten Teilung** jedoch wissen wir vorab, daß wir **garantiert einen Rest** haben werden!**

Und weil das Beispiel des Mitspielers im Video-Vortrag zwei Nuller-Reste enthielt, sicherheitshalber **noch ein Beispiel:**

### **Beispiel (mit drei Resten):**

Ihr Partner denkt sich eine Zahl aus (Sie können sie auch erwürfeln). Dann wird diese Geheimzahl (GZ) jeweils durch 3, 4, 5 geteilt. Dabei entstehen Reste...

**Nehmen wir an**, Ihr Spielpartner verrät Ihnen **seine Reste: 2, 3, 7.**

- Dann multiplizieren Sie den ersten Rest ( $a=2$ ) mit 40,
- den zweiten Rest ( $b=3$ ) multiplizieren Sie mit 45 und
- den dritten Rest ( $c=7$ ) multiplizieren Sie mit 36.
- Dann teilen Sie die **Summe dieser drei Ergebnisse** durch 60
- Und der **Rest**, der **jetzt** übrig bleibt, ist die **Geheimzahl**.

Das Prinzip ist wieder der **Ball-im-Tor-Effekt!**

*Das waren die im Video-Vortrag vorgestellten Spiele. Natürlich gibt es weit mehr (Ein Buch ist in Planung...).*

*Ich wünsche Ihnen viel Entdecker-Freude. Wenn es Ihnen Spaß macht und Ihre Kinder (oder Sie) weiterbringt: wir freuen uns immer über Ihr Feedback. Bitte erzählen Sie auch anderen, die unnötig leiden von diesem Video-Vortrag. Viele Menschen wissen nicht, daß es diesen geheim-gerechten Weg mit Ball-im-Tor-Erfolgserlebnissen gibt. Danke.*



## Literatur-Verzeichnis zum Video-Vortrag „gehirn-gerechtes Rechen-Training“

**Birkenbihl, Vera F.**

1. Stroh im Kopf? - Gebrauchsanleitung fürs Gehirn (32. Auflage, 1997)
2. Stichwort Schule - Trotz Schule lernen? (10. Auflage 1997)
3. Sprachenlernen leichtgemacht - die Birkenbihl-Methode, Fremdsprachen zu lernen (17. Auflage 1997)

**Borucki, Hans:** Mathematik zum Schmökern, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, 1993

**Boyer, Ludwig:** 66 1x1 Spiele, Österreichischer Bundesverlag, Wien, 1990

**Burns, Marilyn:** The I Hate Mathematics! Book, Cambridge University Press 1987, Seventh Printing 1996

**Davis, Philip J./Hersh, Reuben:** Erfahrung Mathematik, Birkhäuser, Boston/Berlin, 1994

**Doren, Charles Van:** Geschichte des Wissens, Birkhäuser, Basel/Boston/Berlin, 1996

**Enzensberger, Hans Magnus:** Der Zahlenteufel (Ein Kopfkissenbuch für alle, die Angst vor der Mathematik haben), Hanser, 1997

**Gardner, Martin**

1. Denkspiele aus der Zukunft, Heinrich Hugendubel Verlag, München, 2. Auflage 1983
2. Rätsel und Denkspiele, Verlag Ullstein GmbH, Frankfurt/Berlin/Wien, 1981
2. Die Zahlenspiele des Dr. Matrix – Vergnügliche Begegnungen mit der Mathematik, Verlag Ullstein GmbH, Frankfurt/Berlin/Wien, 1981

**Hemme, Heinrich:**

1. Heureka – Unterhaltsame Mathematik in 95 Rätseln, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1988
2. Mathematik zum Frühstück – 89 mathematische Rätsel mit ausführlichen Lösungen, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1990

**Hofstadter, Douglas, R (und die Fluid Analogies Research Group:** Die Fargonauten - Über Analogie und Kreativität, Klett-Cotta, 1995

**Kline, Morris:** Mathematics For The Nonmathematician, Dover, New York, 1985

**Langmann, Klaus:** Die mathematischen Abenteuer von Fritz und Katharina – 222 kurzweilige Aufgaben für das Grundstudium der Mathematik, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1988

**Menninger, Karl:** Rechenkniffe - lustiges und vorteilhaftes Rechnen, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 13. Aufl., 1992

**Mason, John:** Hexeneinmaleins: kreativ mathematisch denken, R. Oldenbourg Verlag GmbH, München, 2. Auflage 1992

**Meschkowski, Herbert:** Mathematik verständlich dargestellt, R. Piper & Co. Verlag, München/Zürich, 2. Auflage 1983 (Achtung: Dieses Buch ist nur für diejenigen verständlich, die es NICHT benötigen! Also eher für Lehrer/innen und Mathe-Fans!)

**Mickeleit, Ditmar-Eckehard:** Zaubertricks und magische Spielereien, Humboldt, 1969



**Paulitsch**, Annelies

1. Wie die Zahlen Mathematik machen, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, 1994
2. Zu Gast bei Brüchen und ganzen Zahlen, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln, 1993

**Peterson**, Ivars: The Mathematical Tourist – Snapshots of Modern Mathematics, W.H. Freeman And Company, New York, 1988

**Pólya**, G.: How to Solve It – A New Aspect of Mathematical Method, Penguin Books, London/New York, Second edition, 1957

**Rausch**, Helmut: Rechnen aufgefrischt für Schule und Beruf, Falken, Niedernhausen, 1993

**Skemp**, Richard R.: The Psychology of Learning Mathematics, Penguin Books, London/New York, Second edition 1986. Absolut brilliant für Lehrer/innen!

**Staub**, Gregor: Mega Memory – In 20 Stunden zum guten Gedächtnis, Gedächtnistraining mit 8 Tonkass., birkenbihl-media GmbH, Bergisch Gladbach (Tel. 022 02 - 94 170)

**Stewart**, Ian: Game, Set And Match – Enigmas And Conundrums, Penguin Books, London/-New York, 1989

**Stoddard**, Edward: Speed Mathematics Simplified, Dover Publications, New York, 1994

**Volkert**, Klaus

1. Grundrechenarten 1, ab 2. Schuljahr – Texte und Aufgaben zum selbständigen Üben (Duden Schülerhilfen), Duden-Verlag, Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich, 1990
2. Grundrechenarten 2, ab 3. Schuljahr – Texte und Aufgaben zum selbständigen Üben (Duden Schülerhilfen), Duden-Verlag, Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich, 1993

**Weissman**, Martin/Monse, Keith: Laugh With Math, Laugh & Learn, New York, 1995

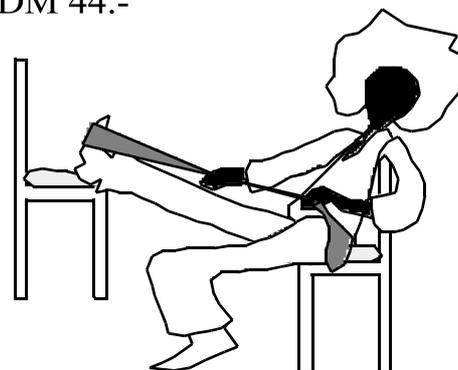
**Wells**, David: You Are A Mathematician, Penguin Books, London/New York, 1995

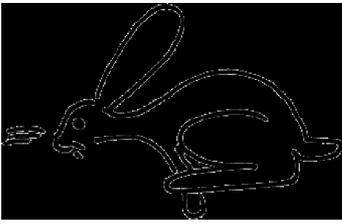
**Wille**, Friedrich: Eine mathematische Reise – in Cantors Paradies, Zenons Hölle und andere Erholungsgebiete, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1984

### **betreff: Indische Mathematik (wenn Sie gut Englisch können!)**

**Vedic Mathematics**: Sankaracarya, J. Sri Bharati: Motilal Banarsidass, Delhi, 1982  
Dieses Buch wird speziell für unsere Kunden aus Indien eingeführt; es ist erhältlich über das

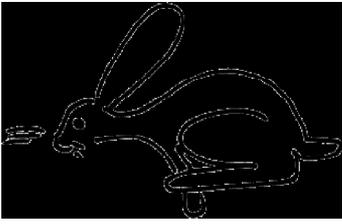
**Zentrum für vedische Studien** in 73111 Lauterstein,  
**Tel. 07 332 - 92 11 91 (Fax: 07 332 - 4889), DM 44.-**





# Wie geht es weiter?

Notieren Sie hier weitere Rechen-Spiele und Zaubertricks



# Wie geht es weiter?

Notieren Sie hier weitere Rechen-Spiele und Zaubertricks